Kantelpunten in Ecologie en Klimaat

1 Inleiding

Deze handout introduceert een reeks conceptuele modellen die gebruikt worden om ecologische en klimatologische systemen te begrijpen. Elk model wordt kort uitgelegd, samen met typische parameterwaarden en suggesties voor bifurcatieanalyse. Bij de verschillende systemen staat ook aangeduid hoeveel componenten het heeft, en of er naar verwachting significant numeriek werk (nulpunten vinden) benodigd is om de analyse volledig uit te voeren; voor veel van de systemen zal met een simpel computerprogramma benodigd zijn voor de visualisaties van de bifurcatiediagrammen. Een aantal referenties zijn ook toegevoed als startpunt voor eventueel literatuuronderzoek. Dit document is deels gemaakt met behulp van de LLM Gemini 2.0.

Bij elk van deze modellen kan allereerst nagegaan worden wat de evenwichtstoestanden zijn. Vervolgens wat de stabiliteit van deze evenwichten is. Dit kan dan weergegeven worden in een bifurcatiediagram, waarbij een interpretatie gegeven kan worden van de verschillende evenwichten in dit diagram. Tot slot kan bedacht worden wat er gebeurt bij veranderende parameter, en in het bijzonder wat er na het passeren van een kantelpunt/bifurcatiepunt gebeurt. Dit laatste is met name in twee-componenten modellen niet meteen duidelijk van het bifurcatiediagram alleen en vereist extra analyse.

2 Inhoudsopgave

Contents

3 1-component modellen

3.1 Conceptueel model voor kantelpunten

Dit model is een conceptueel model voor kantelpunten, dat twee bifurcatiepunten/kantelpunten heeft en overgangen tussen twee toestanden kan laten zien. Een van de stabiele toestanden is ongeveer $+1$ en de andere ongeveer -1. Dit model, net als andere vergelijkbare conceptuele modellen, wordt vaak gebruikt als een eenvoudig voorbeeld om de kantelpunten te illustreren en wordt nog steeds gebruikt in onderzoek.

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y^2) + \mu \tag{1}$$

In dit model is y de waarde van de variabele die evolueert in de tijd t. De evolutie van y wordt bepaald door een niet-lineaire functie van zichzelf en een parameter μ. De term $y(1 - y^2)$ introduceert niet-lineariteit, terwijl μ een constante parameter is die het gedrag van het systeem kan beïnvloeden. μ kan hier gezien worden als veranderd klimaat.

Bifurcatieparameters

Gebruik μ als bifurcatieparameter.

Uitbreiding

Een uitbreiding is mogelijk door het toevoegen van een extra parameter:

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - ay^2) + \mu \tag{2}$$

Er kan uitgezocht worden wat voor invloed de waarde van a heeft op het bifurcatiediagram. Specifiek: wat gebeurt er als a naar nul gaat, of zelfs negatief wordt? En wat als a juist erg groot wordt?

Referenties

- Bastiaansen, R., Dijkstra, H. A., & von der Heydt, A. S. (2022). Fragmented tipping in a spatially heterogeneous world. Environmental Research Letters, 17(4), 045006.

3.2 Populatiemodel met Allee-effect

Dit model beschrijft de dynamica van een populatie met een Allee-effect. Het Allee-effect is een fenomeen waarbij de populatiegroei afneemt bij lage populatiedichtheden. Vaak heeft een populatie namelijk alleen overlevingskans als er een voldoende grote populatie is, bijvoorbeeld bij soorten met sterke mate van cooperatie - zoals hoe mosselen elkaar bescherming bieden tegen vogels of hoe de aanwezigheid van vegetatie de groei van andere vegetatie kan faciliteren.

$$\frac{dy}{dt} = ry\left(1 - \frac{y}{K}\right)\left(\frac{y}{A} - 1\right) - my \tag{3}$$

In dit model is y de populatiedichtheid, r de intrinsieke groeisnelheid, K de draagkracht van het ecosysteem, A de Allee-drempel, en m de mortaliteit. De term $ry(1-y/K)(y/A-1)$ beschrijft de populatiegroei die gemaximeerd wordt door de draagkracht, en beïnvloed wordt door het Aleee effect. De term $-my$ beschrijft de sterfte door bijvoorbeeld menselijk handelen (doden van dieren, of oogsten van planten) of klimaatverandering

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden voldoen aan $r > 0$, $K > A > 0$, en $m \geq 0$. De waarden van deze parameters hangen af van de specifieke populatie die wordt gemodelleerd. Als startpunt kan $r = 1$, $K = 10$, $A = 2$ genomen worden.

Bifurcatieparameters

Gebruik m als bifurcatieparameter.

Varianten

Er kan uitgezocht worden hoe het bifurcatiediagram verandert als andere waardes voor de parameters r, K en A genomen worden.

Referenties

- Murray, J. D. (2002). Mathematical biology. I. An introduction. Springer Science & Business Media.

3.3 Shallow Lake Model [numeriek]

Het shallow lake model beschrijft de dynamica van een ondiep meer, waarbij de troebelheid van het water (door algen of zwevende deeltjes) een belangrijke factor is. Het model kan abrupte overgangen tussen heldere en troebele toestanden beschrijven, wat relevant is voor het beheer van aquatische ecosystemen. Het model beschrijft de dynamica van de concentratie algen A zoals hieronder weergegeven. Dit model is één van de eerste systemen waarin kantelpunten werden onderzocht. Hier wordt meestal de hoeveelheid voedingstoffen in het water gebruikt als factor die de overgangen bepaald. Dit kan bijvoorbeeld gerelateerd worden aan het troebel worden van een vijver als de vissen worden overvoerd - het terug helder krijgen van het water is dan niet makkelijk en niet gedaan door even wat minder te voeden.

$$\frac{dA}{dt} = r\frac{A}{1+\frac{1}{1+A^p}} - cA^2 \tag{4}$$

Hier is A de concentratie algen. r is de groeisnelheid van algen (deze is afhankelijk van de hoeveelheid voedingsstoffen in het water). De groeisnelheid neemt verder af door de hoeveelheid vegetatie die in dit model proportioneel genomen wordt met $\frac{1}{1+A^p}$, waarbij p een maat voor de diepte van het meer is (hogere p is een dieper meer!). Tot slot is $-cA^2$ een groeibeperking door een maximale algenpopulatie (dit is in feite gewoon een maximale draagterm). Ecologen noemen dit een logistische groei.

Standaard parameterwaardes

Om mee te beginnen is het handig om $p = 1$ te nemen, en $c = 1$.

Bifurcatieparameters

Gebruik r (als maat voor de hoeveelheid voedingsstoffen in het water) als bifurcatieparameter.

Varianten

Onderzoek wat er gebeurt als p verandert. Hier zijn numerieke methoden voor nodig.

Referenties

- Scheffer, M., Carpenter, S. R., Foley, J. A., Folke, C., & Walker, B. (2001). Catastrophic shifts in ecosystems. Nature, 413(6856), 591-596.
- Scheffer, M., Hosper, S. H., Meijer, M. L., Moss, B., & Jeppesen, E. (1993). Alternative equilibria in shallow lakes. Trends in ecology & evolution, 8(8), 275-279.

3.4 Zee-ijs Model

Het zee-ijsmodel beschrijft de dynamica van de zee-ijsbedekking in poolgebieden. Het model kan abrupte overgangen tussen ijsbedekte en ijsvrije toestanden beschrijven, wat relevant is voor het begrijpen van klimaatverandering in poolgebieden.

$$\frac{dI}{dt} = d\tanh(I) + (R_0\mathcal{H}(I) - B)\,I + R \tag{5}$$

Hier is I de maat voor de hoeveelheid ijs (als $I < 0$ moet dit geïnterpreteerd worden als een ijsvrije zee). Verder beschrijft de term $d\tanh(I)$ de hoeveelheid opgenomen zonlicht - als er ijs is wordt er veel weerkaatst en weinig opgenomen. De term $R_0\mathcal{H}(I)I$ modelleert het verdwijnen van zeeijs door verplaatsing naar andere gebieden, en $-BI$ als de verloren energie door straling. Tot slot bepaalt R de extra toegevoegde ijs, bijvoorbeeld door verandering in temperatuur of veranderende ijsverplaatsingen door andere klimatologische veranderingen. $\mathcal{H}(I)$ is de heavyside functie. Dat is een functie die 1 is als $I > 0$ en 0 anders. Dat wil zeggen

$$\mathcal{H}(I) := \begin{cases} 1, & I > 0 \\ 0, & I < 0 \end{cases}$$

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden zijn: $d = 0.43$, $R_0 = -0.1$, $B = 0.45$.

Bifurcatieparameters

Gebruik R als bifurcatieparameter.

Referenties

- Hokken, D. (2022). Tipping points in a conceptual model of AMOC-sea ice interactions (Master's thesis).
- Eisenman, I., & Wettlaufer, J. S. (2009). Nonlinear threshold behavior during the loss of Arctic sea ice. Proceedings of the National Academy of Sciences, 106(1), 28-32.
- Lohmann, J., Castellana, D., Ditlevsen, P. D., & Dijkstra, H. A. (2021). Abrupt climate change as a rate-dependent cascading tipping point. Earth System Dynamics, 12(3), 819-835.

3.5 Atmosferische circulatie

In atmosferische circulatie is er ook de mogelijkheid voor overgangen tussen verschillende toestanden: deze kan in turbulente of laminaire toestand zitten afhankelijk van het temperatuurverschil tussen de grond en de atmosferische grenslaag. Concreter: in koude regio's en tijdens koude nachten is de lucht gestratificeerd, terwijl op warmere dagen er convectiestroming ontstaat. De overgangen tussen deze toestanden kan beschreven worden met het volgende conceptuele model

$$\frac{dT}{dt} = Q - \lambda T - CTe^{-2\alpha T}. \tag{6}$$

Hier is T het temperatuurverschil tussen de grenslaag en de grond. Verder beschrijft de term $Q - \lambda T$ een benadering van de langgolvige straling, en $CTe^{-2\alpha T}$ de turbulente voelbare warmteflux (de warmteoverdracht tussen het aardoppervlak en de atmosfeer door turbulente bewegingen).

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden zijn: $\lambda = 1$, $Q = 1$ en $\alpha = 3$.

Bifurcatieparameters

Gebruik de C als bifurcatieparameter. Dit beschrijft bijvoorbeeld de windsterkte.

Referenties

- Kaiser, A., Faranda, D., Krumscheid, S., Belušić, D., & Vercauteren, N. (2020). Detecting regime transitions of the nocturnal and polar near-surface temperature inversion. Journal of the Atmospheric Sciences, 77(8), 2921-2940.
- Van de Wiel, B. J., Vignon, E., Baas, P., Van Hooijdonk, I. G., Van der Linden, S. J., Antoon van Hooft, J., ... & Genthon, C. (2017). Regime transitions in near-surface temperature inversions: a conceptual model. Journal of the Atmospheric Sciences, 74(4), 1057-1073.
- Bastiaansen, R., Dijkstra, H. A., & von der Heydt, A. S. (2022). Fragmented tipping in a spatially heterogeneous world. Environmental Research Letters, 17(4), 045006.

3.6 Planetair Energiebalansmodel [numeriek]

Dit model beschrijft de evolutie van de (gemiddelde globale) temperatuur van een planeet zoals de aarde als een functie van inkomende (kortgolvige) zonnestraling en uitgaande langgolvige (Plank) straling. Het is een vereenvoudigd model maar illustreert belangrijke concepten van klimaatfeedback, en wordt soms gebruikt om overgangen tussen ijstijden uit te leggen.

$$C_T \frac{dT}{dt} = (1 - \alpha(T))Q - \varepsilon\sigma T^4 \tag{7}$$

In dit model is de variabele T de gemiddelde temperatuur op de planeet. Deze verandert door opname van kortgolvige zonnestraling ($+(1-\alpha(T))Q$), en afgifte van langgolvige Planck straling ($-\varepsilon\sigma T^4$). De parameter C_T vertegenwoordigt de warmtecapaciteit van de planeet en bepaalt hoe snel de temperatuur reageert op veranderingen in de stralingsbalansDe functie $\alpha(T)$ is de albedo, of lichtweerkaatsingsvermogen, van de planeet; dit is een fractie van het inkomend zonlicht en is dus een getal tussen 0 en 1. Een albedo van 0 betekent dat alle straling wordt geabsorbeerd, terwijl een albedo van 1 betekent dat alle straling wordt weerkaatst. Verder is Q is de inkomende zonnestraling, de hoeveelheid zonne-energie die de aarde bereikt per oppervlakte-eenheid. σ is de Stefan-Boltzmannconstante, een natuurkundige constante die de relatie beschrijft tussen de temperatuur van een object en de hoeveelheid straling die het uitzendt. Tot slot is ε de emissiviteit van de planeet, wat een parameter is die meet hoe goed de planeet warmte uitstraalt; dit is een getal tussen 0 en 1, waarbij 0 aangeeft dat er geen warmteuitgifte is en 1 dat de warmteafgifte gelijk is aan het theoretisch maximum (σT^4). De precieze waarde wordt onder andere bepaald door de kleur van de planeet en haar atmosfeer, alsmede de samenstelling van de planeet (bijvoorbeeld atmosferische CO_2 vermindert de emmisiviteit).

De albedo van een planeet wordt met name bepaald wordt door de kleur van het oppervlak. Op een waterrijke planeet, zoals de aarde, wordt dat met name bepaald door ofwel het aanwezig zijn van ijs (vrij wit, dus hoge albedo) of de afwezigheid daarvan (donkerder, dus lage albedo). Een mogelijke functionele vorm is

$$\alpha(T) = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)\frac{1 + \tanh\left[M\left(T - T_{ref}\right)\right]}{2}.$$

Hier is α_1 de albedo van een ijsplaneet en α_2 de albedo van een ijsvrije planeet. T_{ref} en M zijn parameters die de overgang als functie van temperatuur bepalen.

Standaard parameterwaardes

$C_T = 5 \cdot 10^8 \mathrm{Jm^{-2}K^{-1}}$, $Q \approx 341.3\,\mathrm{Wm^{-2}}$; $\sigma \approx 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^4}$; $\varepsilon = 0.61$, $\alpha_1 = 0.70$, $\alpha_2 = 0.289$, $M = 0.1\mathrm{K^{-1}}$, $T_{ref} = 275\mathrm{K}$.

Bifurcatieparameters

Gebruik Q als bifurcatieparameter. Deze parameter geeft het inkomende zonlicht weer, wat de belangrijkste veranderende parameter was in geologische tijdschalen (Milankovitch cycles).

Varianten

Alternatief is om een extra term $+\mu$ toe te voegen die een eerste benadering is voor het effect van atmosferische CO_2. Hoe groter μ, hoe meer CO_2. Nu kan μ als bifurcatieparameter gebruikt worden om te kijken wat voor effect CO_2 heeft op de globale temperatuur. Het totale model is dan dus

$$C_T \frac{dT}{dt} = (1 - \alpha(T))Q - \varepsilon\sigma T^4 + \mu \tag{8}$$

Referenties

- Bastiaansen, R., Dijkstra, H. A., & von der Heydt, A. S. (2022). Fragmented tipping in a spatially heterogeneous world. Environmental Research Letters, 17(4), 045006.
- North, G. R., Cahalan, R. F., & Coakley Jr, J. A. (1981). Energy balance climate models. Reviews of Geophysics, 19(1), 91-121.
- Budyko, M. I. (1969). The effect of solar radiation variations on the climate of the Earth. tellus, 21(5), 611-619.
- Sellers, W. D. (1969). A global climatic model based on the energy balance of the earth-atmosphere system. Journal of Applied Meteorology (1962-1982), 392-400.

4 2-component modellen

4.1 Klausmeier Model zonder Diffusie

Het Klausmeier model is een model dat gebruikt wordt bij de bestudering van vegetatiepatronen in droge gebieden. Het model is eigenlijk een ruimtelijk expliciet model, maar we beschouwen hier een variant waar de ruimtelijke component niet wordt meegenomen. Het (geschaalde) model hieronder is een systeem van twee gekoppelde gewone differentiaalvergelijkingen, die de dynamiek van water w en vegetatie v beschrijven:

$$\frac{dw}{dt} = a - w - wv^2 \tag{9}$$

$$\frac{dv}{dt} = wv^2 - mv \tag{10}$$

De variabelen in dit model zijn w, de hoeveelheid water, en v, de vegetatiedichtheid. Verder beschrijft de term a de toename in water door regenval, $-w$ het verlies van water (bijvoorbeeld door verdamping of infiltratie in diepere aardlagen), $-mv$ is de sterfte van vegetatie. Tot slot beschrijft de term $-wv^2$ de hoeveelheid water die opgenomen wordt door de vegetatie. Dat is proportioneel met v^2 omdat de aanwezigheid van vegetatie de infiltratiecapaciteit van de grond vergroot waardoor meer water opgenomen kan worden.

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden zijn: $m = 0.45$ of $m = 10$.

Bifurcatieparameters

Gebruik a (regenval) als bifurcatieparameter.

Varianten

Dit model kan worden aangepast bijvoorbeeld door het toevoegen van een maximale draagkracht voor vegetatie:

$$\frac{dw}{dt} = a - w - wv^2 \tag{11}$$

$$\frac{dv}{dt} = wv^2(1 - v/K) - mv \tag{12}$$

Hier is K de maximale draagkracht. Het is moeilijk om hier analytisch een volledig bifurcatiediagram te maken, dus mogelijk zijn numerieke methoden vereist.

Referenties

- Klausmeier, C. A. (1999). Regular and irregular patterns in semiarid vegetation. Science, 284(5421), 1826-1828.
- Bastiaansen, R., Doelman, A., Eppinga, M. B., & Rietkerk, M. (2020). The effect of climate change on the resilience of ecosystems with adaptive spatial pattern formation. Ecology letters, 23(3), 414-429.
- Bastiaansen, R., Carter, P., & Doelman, A. (2019). Stable planar vegetation stripe patterns on sloped terrain in dryland ecosystems. Nonlinearity, 32(8), 2759.

4.2 Stommel 2-box Model

Het Stommel 2-box model is een vereenvoudigd model dat de thermohaliene circulatie (THC) in de oceaan beschrijft. Het model verdeelt de oceaan in twee "boxen": een warme, zoute box (bijvoorbeeld de tropen) en een koude, minder zoute box (bijvoorbeeld de poolgebieden). Het model beschrijft hoe de temperatuur en zoutheidsverschillen tussen deze boxen de circulatie van water aandrijven. In geschaalde vorm ziet het er als volgt uit:

$$\frac{dT}{dt} = \eta_1 - T\left(1 + |T - S|\right); \tag{13}$$

$$\frac{dS}{dt} = \eta_2 - S\left(\eta_3 + |T - S|\right). \tag{14}$$

Hierin is T een maat voor het temperatuurverschil tussen de twee boxen, en S voor het zoutgehalteverschil. De term $|T - S|$ is een maat voor het dichtheidsverschil tussen de twee boxen, wat bepaalt hoe snel de stroming tussen de boxen is. De parameter η_1 staat voor de sterkte van (atmosferische) temperatuurforcering, η_2 voor zoetwaterforcering (bijvoorbeeld door smelten van noordpoolijs), en η_3 is een maat voor het verschil in snelheid tussen deze twee forceringen.

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden zijn: $\eta_1 = 0.3$, $\eta_3 = 0.2$.

Bifurcatieparameters

Gebruik η_2 (hoeveelheid zoetwater forcering) als bifurcatieparameter. Hiermee kan bestudeerd worden wat voor effect het smelten van Noordpoolijs heeft op deze zeestroming.

Let op: er staat een absoluut teken in deze vergelijking! Hier moet zorgvuldig mee omgesprongen worden en de juiste gevalsonderscheidingen zijn nodig om het juiste diagram te krijgen. In het bijzonder is er hierdoor een bifurcatie die *niet* gepaard gaat met een eigenwaarde die door nul gaat - dit worden 'discontinous bifurcations' genoemd.

Varianten

Bestudeer hoe het bifurcatiediagram anders wordt als η_1 en η_3 andere waarden hebben. Let wel: alleen positieve waardes zijn realistisch.

Referenties

- Stommel, H. (1961). Thermohaline convection with two stable regimes of flow. American Scientist, 49(3), 244-253.
- Dijkstra, H. A. (2005). Nonlinear physical oceanography: a dynamical systems approach to the large scale ocean circulation. Springer Science & Business Media.
- Mu, M., Sun, L., & Dijkstra, H. A. (2004). The sensitivity and stability of the ocean's thermohaline circulation to finite-amplitude perturbations. Journal of Physical Oceanography, 34(10), 2305-2315.

4.3 Savanne-Bos Grensmodel

Het savanne-bos grensmodel beschrijft de dynamica van de overgang tussen savanne- en bosvegetatie. Het model kan abrupte overgangen tussen deze twee toestanden beschrijven, wat relevant is voor het begrijpen van de invloed van klimaatverandering en verstoringen op de vegetatieverdeling. Het (geschaalde) model beschrijft de hoeveelheid savannavegetatie met S en bosvegetatie met F als volgt:

$$\frac{dS}{dt} = S(1-S) - bFS - nS; \tag{15}$$

$$\frac{dF}{dt} = \mu F(1-F) - aSF - mF. \tag{16}$$

De term $S(1-S)$ beschrijft de begrensde groei van savanna-vegetatie, en $\mu F(1-F)$ dat van bosvegetatie. Hierin is μ de groeiparameter van bosvegetatie (afhankelijk van onder andere hoeveelheid precipitatie). De termen $-bFS$ en $-aSF$ beschrijven de sterfte van beide soorten vegetatie door branden. Tot slot beschrijven de termen $-nS$ en $-mF$ de mortaliteit van beide soorten door andere factoren.

Standaard parameterwaardes

Typische parameterwaarden zijn: $a = 1.3$, $b = 1.8$, $m = 0.02$ en $n = 0.4$

Bifurcatieparameters

Gebruik μ (groeisnelheid van bossen) als bifurcatieparameter. De waarde van μ wordt beïnvloedt onder andere door precipitatie, en kan beschouwd worden als de parameter die verandert door globale klimaatverandering.

Referenties

- Banerjee, S., Baudena, M., Carter, P., Bastiaansen, R., Doelman, A., & Rietkerk, M. (2023). Rethinking tipping points in spatial ecosystems. arXiv preprint arXiv:2306.13571.

4.4 Conceptueel model voor gekoppelde kantelpunten [numeriek]

Dit model beschrijft de interactie tussen twee systemen die kantelpunten kunnen vertonen. Het model onderzoekt hoe veranderingen in het ene systeem het andere systeem kunnen beïnvloeden, en hoe dit kan leiden tot gekoppelde kantelpunten. In werkelijkheid kan hierbij gedacht worden aan bijvoorbeeld koppelingen tussen zee-stromingen en smelten van zeeijs, of vegetatie in het Amazonegebied. Het conceptuele model beschrijft de interactie tussen een kantelpunt dat beschreven wordt met variabele x en een andere dat beschreven wordt met een variabele y:

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x^2) + \mu \tag{17}$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y^2) + x \tag{18}$$

In deze formulering is er nu alleen een koppeling van systeem x naar systeem y, maar niet andersom.

Bifurcatieparameters

Gebruik μ als bifurcatieparameter.

Varianten

Er zijn vele varianten van dit model mogelijk. In het algemeen zou je kunnen kijken naar modellen van de vorm.

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x^2) + \mu + f(y) \tag{19}$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y^2) + \nu + g(x) \tag{20}$$

In het model hiervoor is $\nu = 0$, $f(y) = 0$ en $g(x) = x$ genomen. Allereerst kan er gekeken worden als er andere waarden voor ν genomen wordt. Hoe verandert dan het diagram?

Verder kan er gekeken worden naar het toevoegen van een koppeling van systeem y naar systeem x door bijvoorbeeld $f(y) = y$ te nemen.

Andere functionele vormen van f en g zijn zeker ook interessant, maar vereisen al snel numerieke methoden om ze goed te doorgronden.

Referenties

- Klose, A. K., Wunderling, N., Winkelmann, R., & Donges, J. F. (2021). What do we mean,'tipping cascade'?. Environmental Research Letters, 16(12), 125011.
- Wunderling, N., Donges, J. F., Kurths, J., & Winkelmann, R. (2021). Interacting tipping elements increase risk of climate domino effects under global warming. Earth System Dynamics, 12(2), 601-619.
- Dekker, M. M., Von Der Heydt, A. S., & Dijkstra, H. A. (2018). Cascading transitions in the climate system. Earth System Dynamics, 9(4), 1243-1260.